1 CAMPI MAGNETICI PRODOTTI DA CORRENTI STAZIONARIE

Abbiamo studiato gli effetti di un campo **B**, prodotto da un magnete su cariche in moto e su circuiti percorsi da corrente. Abbiamo visto che le spire si comportano come dipoli magnetici. Esaminiamo, ora, i campi magnetici prodotti da correnti elettriche stazionarie, che, lo ricordiamo, sono cariche in moto uniforme con la velocità di deriva.

Nel precedente capitolo abbiamo derivato le forze agenti sui fili percorsi da corrente, ora deriveremo i campi magnetici prodotti da correnti stazionarie partendo da campo magnetico prodotto da una carica in moto uniforme.

2 Il campo magnetico prodotto da una carica in moto uniforme

La corrente è costituita da cariche in moto. Si può considerare la velocità di deriva come la velocità media costante con cui le particelle cariche si muovono nel conduttore. Nel precedente ca abbiamo usato questo fatto per calcolare la forza magnetica agente su fili rettilinei. Abbiamo detto che, se si conosce la forza agente su una carica in moto in un conduttore (forza di Lorentz), la forza agente su tutto il filo sarà data dalla somma vettoriale delle forze agenti su tutte le cariche in moto nel filo. Abbiamo così, semplicemente, sostituito nella formula della forza di Lorentz, al prodotto della carica per la loro comune velocità (in realtà, velocità media), il prodotto della corrente per la lunghezza del filo:

$$Q\mathbf{v} = I\delta\mathbf{l} \tag{1}$$

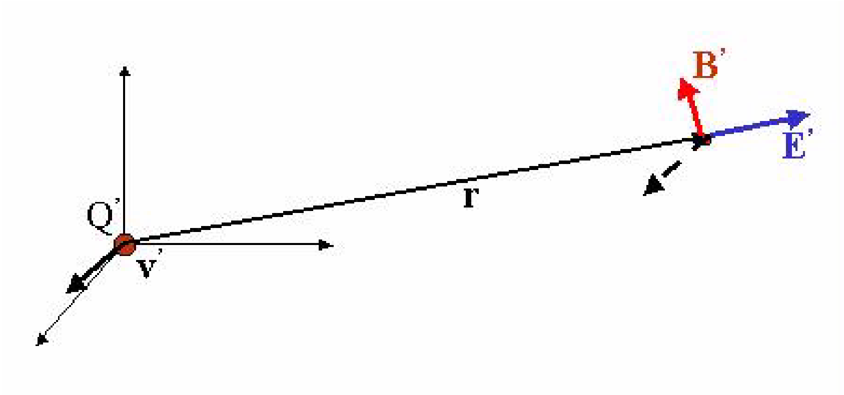
Se le correnti *stazionarie*, sono cariche in moto con velocità costante, il campo magnetico prodotto da un filo dovrebbe potersi considerare come la somma dei campi magnetici prodotti dalle singole cariche in moto nel filo. Sebbene il problema sia un poco più complesso, assumeremo che realmente sia possibile considerare il campo prodotto da una corrente stazionaria come la somma dei campi prodotti dalle singole cariche. Allora, per determinare il campo prodotto da un filo percorso da corrente è sufficiente conoscere il campo prodotto da una singola carica e sommare, questo campo su tutte le cariche presente in un filo.

Poniamoci nel caso più semplice possibile e supponiamo di avere una carica *positiva* Q' in moto con velocità *costante* $\mathbf{v}'$, il cui modulo sia molto minore della velocità della luce ($\mathrm{v}' \ll c$) e che all'istante t considerato passi per l'origine.

Assumeremo che, il campo prodotto dalla carica Q' nel punto P , il cui vettore posizione sia $\mathbf{r}$, si possa scrivere

$$\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = \varepsilon_0\mu_0\mathbf{v}' \wedge \mathbf{E}'(\mathbf{r}) \tag{2}$$

dove $\mathbf{E}'(\mathbf{r})$ è il campo coulombiano che, all'istante t, la carica Q' genera nel punto P (il campo dipende dalla posizione *istantanea* della carica Q').



La costante μ_0, detta *permeabilità magnetica del vuoto,* vale

$$\mu_0 = 12,56 \times 10^{-7} \frac{\Omega s}{m} \cong 4\pi \times 10^{-7} \frac{\Omega s}{m}$$

Poiché, il campo coulombiano generato dalla carica Q' nel punto P è

$$\mathbf{E}'(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q'}{r^2} \mathbf{u}_r \tag{3}$$

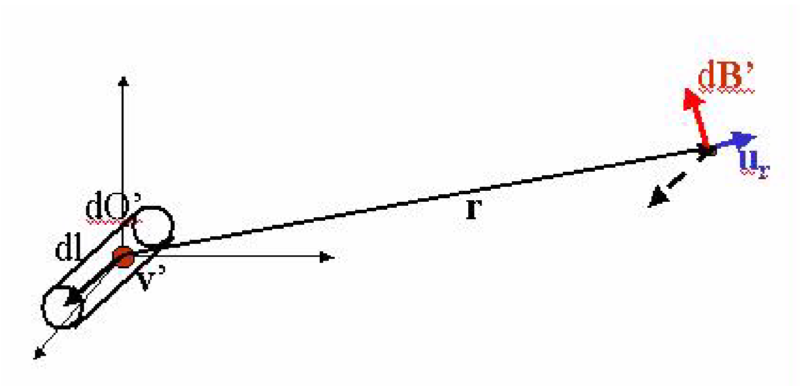
potremo scrivere

$$\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q'}{r^2} \mathbf{v}' \wedge \mathbf{u}_r \tag{4}$$

Questo è il campo di induzione magnetica che una carica, passante per l'origine degli assi con velocità $\mathbf{v}'$, genera nel punto P.

3 La prima formula di Laplace

Possiamo, ora, determinare il campo magnetico generato da un tratto di filo, percorso da corrente, che sia centrato sull'origine di un sistema di riferimento.



Se indichiamo con dl la lunghezza del tratto di filo, con dQ' la carica totale che è in moto nel filo e sia $\mathbf{v}'$ la loro velocità comune, dalla (4) potremo scrivere:

$$d\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dQ'}{r^2}\mathbf{v}' \wedge \mathbf{u}_r \tag{5}$$

Ma per la (1) tale equazione diventa:

$$d\mathbf{B}'(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}d\mathbf{l} \wedge \mathbf{u}_r \tag{6}$$

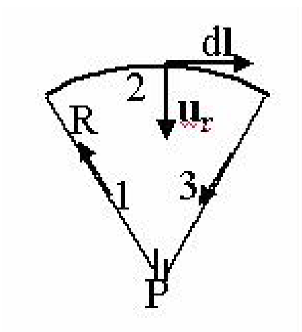
Questa relazione è detta *prima formula di Laplace* ed esprime il campo magnetico, prodotto da un tratto di filo, posto nell'origine del sistema di riferimento e che si suppone possa essere percorso da una corrente I, in un punto a distanza r dall'origine.

In realtà, questa formula è valida anche se il tratto di filo non è posto nell'origine, ma in un punto qualsiasi dello spazio. Bisogna solo ricordare che r è la distanza istantanea dal tratto di filo ed $\mathbf{u}_r$ un versore, diretto dal filo al punto in cui si intende calcolare il campo.

Unica limitazione della (6) è che essa non può essere sottoposta a verifica diretta, perché in un tratto di filo non passa corrente.

3.1 Esempi

Esempio 1: Assumendo vera la prima formula di Laplace, si determini il campo B nel punto P del seguente circuito percorso dalla corrente I.



Separiamo il calcolo dei tre tratti. Vale la prima legge di Laplace

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}d\mathbf{l} \wedge \mathbf{u}_r$$

La direzione di $\mathbf{B}$ è ortogonale al piano del circuito (piano del foglio) ed è entrante, per tutti e tre i tratti. In particolare, i contributi al campo dai tratti 1 e 3 sono nulli ($d\mathbf{l}$ e $\mathbf{u}_r$ sono paralleli o antiparalleli nei due tratti). Rimane il tratto di arco di circonferenza di raggio R. Il tratto in oggetto è la somma di tanti tratti infinitesimi $d\mathbf{l}$ chedistano R dal punto P. Inoltre, i vettori $d\mathbf{l}$ e $\mathbf{u}_r$ sono ortogonali. Allora ogni tratto contribuisce con un campo dB dato da

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}dl \tag{E1}$$

Se l_0 è la lunghezza dell'arco di circonferenza, sommando tutti i contributi avremo

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}l_0 \tag{E2}$$

Poiché

$$\theta = \frac{l_0}{R} \tag{E3}$$

è la misura dell'arco in radianti, lo stesso campo B può scriversi come:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\theta \tag{E4}$$

Esempio 2: Assumendo vera la prima formula di Laplace si determini il campo B nel centro di una spira di raggio R percorsa da una corrente I.

Usando la (b) del precedente esempio

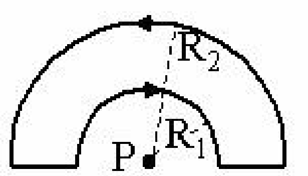
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}l_0 \tag{E2}$$

con $l_0 = 2\pi R$ si trova

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R} \tag{E5}$$

La direzione del campo è ortogonale al piano della circonferenza ed il verso è entrante nel piano.

Esempio 3: Il circuito in figura giace nel piano xy ed è percorso da una corrente di $1A$. Se i raggi delle due semicirconferenze sono rispettivamente $R_1 = 1m$ e $R_2 = 2m$, si determini il valore del campo di induzione magnetica B nel punto P, centro delle due circonferenze (se serve, si usi per μ_0 il valore numerico $4\pi \times 10^{-7}$).



I contributi lineari al campo sono nulli. Il campo B prodotto da un settore circolare di lunghezza l_0 è

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}l_0$$

Il campo prodotto da una semicirconferenza nel suo centro è

$$B = \frac{\mu_0}{4}\frac{I}{R}$$

Se si sceglie l'asse z come asse positivo, avremo

$$B = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{\mu_0 I}{4}\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}$$

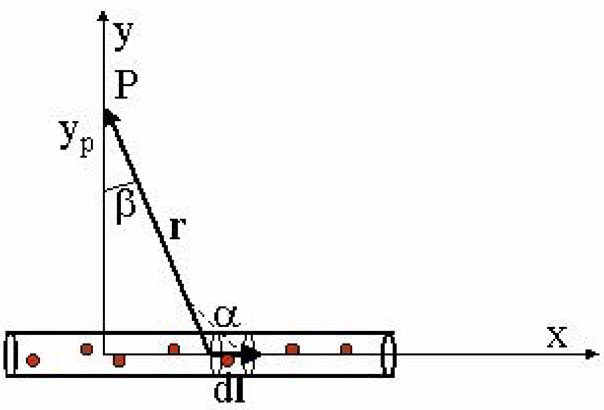
Sostituendo i valori numerici

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4}\left(\frac{1-2}{2}\right) = -\frac{10^{-7}}{2}$$

Il campo risultante è ortogonale all'asse xy ed è diretto lungo la direzione negativa dell'asse z.

4 Legge di Biot-Savart

Ora applicheremo la prima formula di Laplace ad un circuito filiforme rettilineo indefinito, di sezione trascurabile. Ci si propone di calcolare il campo nel punto P. Si veda la seguente figura:



Tutte le parti infinitesime, in cui si può pensare diviso il filo rettilineo contribuiscono, per la direzione e il verso, allo stesso modo. Il modulo infinitesimo del campo si può scrivere:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \sin\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dx}{r^2} \cos\beta \tag{7}$$

Scriviamo x e r in funzione di β:

$$x = y_p \tan\beta \qquad\qquad dx = y_p \sec^2 \beta d\beta \tag{8}$$

Essendo $1/\cos\beta = \sec\beta = r/y_p$, avremo

$$dx = y_p \sec^2\beta d\beta = y_p \frac{r^2}{y_p^2} d\beta = \frac{r^2}{y_p} d\beta \tag{9}$$

Allora,

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dx}{r^2} \cos\beta = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \frac{r^2}{y_p} d\beta \cos\beta$$

ovvero

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{y_p} d\beta \cos\beta \tag{10}$$

Il campo risultante, prodotto dal filo rettilineo indefinito, sarà

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{y_p} \int_{-\pi/2}^{0} d\beta \cos\beta + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{y_p} \int_{0}^{\pi/2} d\beta \cos\beta \tag{11}$$

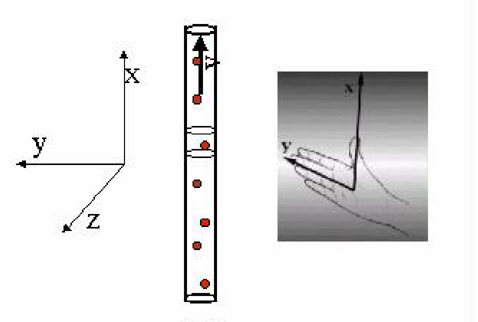
da cui

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{y_p} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\beta \cos\beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{y_p} \sin\beta|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y_p} \tag{12}$$

Abbiamo, così mostrato che il campo prodotto da un filo rettilineo indefinito, in un punto che disti d dal filo, è

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d} \tag{13}$$

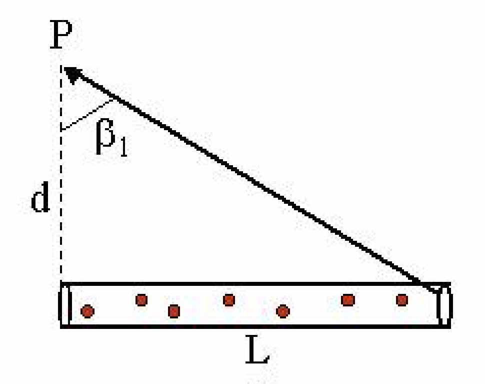
La (13) è nota come *legge di Biot-Savart* e fu stabilita nel 1820 dai francesi Jean-baptiste Biot (1774-1862) e Félix Savart (1791-1841). Essa è una *legge* e non una *formula*, come le due formule di Laplace, perché è verificabile direttamente. La direzione del campo **B** è nel piano della circonferenza, ortogonale al filo, con centro su questo e passante per P e risulta ad essa tangente. Le linee di forza del campo di induzione magnetica prodotte dal filo sono delle circonferenze, ortogonali al filo e con centro su di esse. Per determinarne il verso si può usare la regola della mano destra: si pone il pollice nella direzione della corrente e le dita nella direzione del punto P, quando si chiude la mano, le dita indicheranno il verso del campo.



4.1 Esempi

Esempio 1:La precedente relazione può essere utilizzata anche per calcolare il campo prodotto da un *filo di lunghezza finita*.

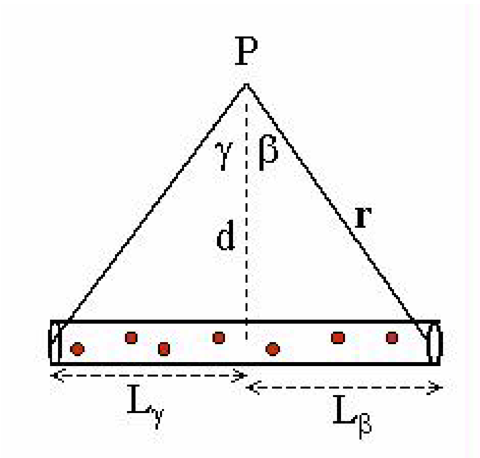
Supponiamo di voler calcolare il campo prodotto da un filo di lunghezza L in un punto P posto ad una distanza d da uno degli estremi del filo (vedi la figura sottostante)



Facendo riferimento alla (11) il contributo del primo integrale è nullo. Nel secondo integrale basterà porre β_1 come estremo superiore:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \int_0^{\beta_1} \cos\beta d\beta = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \sin\beta_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \tag{E6}$$

Esempio 2: Calcoliamo il campo prodotto da un filo di lunghezza finita L in un punto P, posto ad una distanza d, ma in una posizione qualunque, intermedia ($L = L_\gamma + L_\beta$).



Dalla (11) otterremo

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\int_{-\gamma}^{0} d\beta \cos\beta + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\int_{0}^{\beta} d\beta' \cos\beta'$$

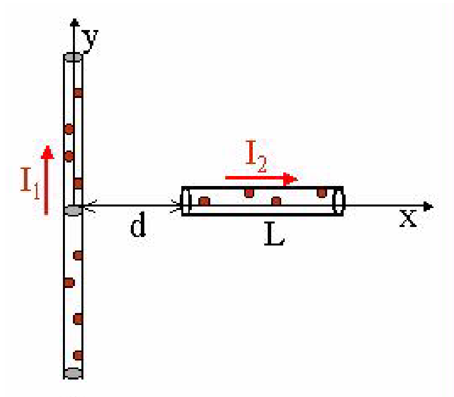
ovvero

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\sin\gamma + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\sin\beta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}(\sin\gamma + \sin\beta)$$

che si può anche riscrivere come

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{d}\left(\frac{L_\gamma}{\sqrt{L_\gamma^2 + d^2}} + \frac{L_\beta}{\sqrt{L_\beta^2 + d^2}}\right)$$

Esempio 3: Forza esercitata da un filo rettilineo indefinito su di un filo finito di lunghezza L.



Il campo prodotto dal filo ad una qualunque distanza x è

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x}$$

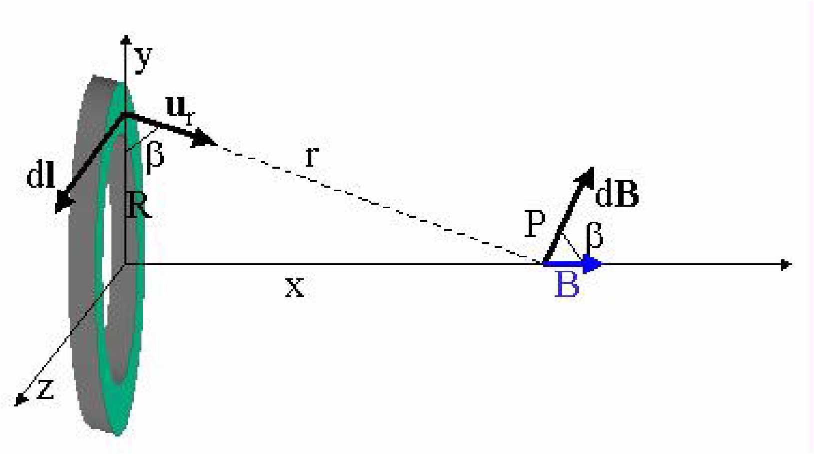
La sua direzione è determinata da $-\mathbf{u}_z$. La forza agente su un tratto infinitesimo del secondo filo è

$$d\mathbf{F} = I_2 dx \mathbf{u}_x \times \mathbf{B}_1 = B_1 I_2 dx \mathbf{u}_y = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{x} I_2 dx \mathbf{u}_y$$

Per ottenere la forza risultante dobbiamo integrare (la direzione ed il verso sono determinati da $\mathbf{u}_y$)

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \int_{d}^{d+L} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$$

Esempio 4: Campo magnetico sull'asse di una spira circolare.



Ci proponiamo di calcolare il campo magnetico B in un punto qualunque dell'asse x, che coincida con l'asse della spira circolare. Dobbiamo usare la formula di Laplace

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}d\mathbf{l} \wedge \mathbf{u}_r$$

Il campo $d\mathbf{B}$ deve essere ortogonale al piano individuato ed il suo modulo sarà

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}dl$$

perché i due vettori $d\mathbf{l}$ e $\mathbf{u}_r$ sono ortogonali. Questo risultato può essere riscritto come

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2 + x^2}dl$$

Se decomponiamo il campo $d\mathbf{B}$ in una componente lungo l'asse x ed una componente nel piano ortogonale all'asse x, possiamo notare quest'ultima ha sempre un'analoga componente di segno opposto (prodotta dall'elemento circuitale simmetrico a $d\mathbf{l}$ rispetto al piano xz). In ultima analisi, per calcolare il campo di tutta la spira dobbiamo "solo" sommare i contributi di tutti i $d\mathbf{l}$ nella direzione dell'asse x. In altre parole, il campo risultante, nel punto P sarà

$$B = \oint dB \cos\beta = \frac{\mu_0}{4\pi}I \oint \frac{dl \cos\beta}{R^2 + x^2}$$

Poiché tutto l'integrando è costante durante l'integrazione,avremo

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{\cos\beta}{R^2 + x^2}\oint dl = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{\cos\beta}{R^2 + x^2}2\pi R = \frac{\mu_0}{2}I\frac{\cos\beta}{R^2 + x^2}R$$

Non rimane che esprimere il $\cos\beta$ in termini di R e x, cioè

$$\cos\beta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

per cui

$$B = \frac{\mu_0}{2} I \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \tag{a}$$

Questo risultato per $x = 0$ (il campo al centro della spira) diventa

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R} \qquad\qquad x = 0 \tag{b}$$

che avevamo già trovato.

A grande distanza dalla spira, si ha (trascurando R rispetto ad x al denominatore)

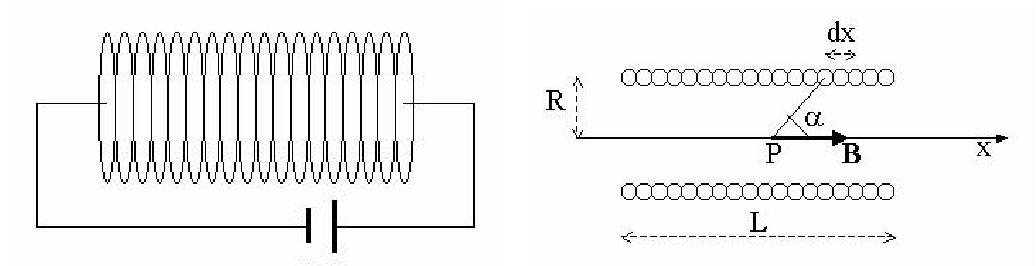
$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^3}{x^3} \qquad\qquad x \gg R \tag{c}$$

Ma IR^2 è il momento di dipolo magnetico d_I della spira, per cui possiamo scrivere

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{d_I}{x^3} \qquad\qquad x \gg R \tag{d}$$

che va confrontato con l'analogo del campo elettrico generato da un dipolo elettrico, a grande distanza dal dipolo.

Esempio 5: Il campo magnetico lungo l'asse di un *solenoide*.



Il *solenoide* è costituito da un insieme di spire circolari. Si può pensare il campo come la somma dei campi prodotti dalle singole spire. Più esattamente, il campo risultante è uguale al campo prodotto da una distribuzione continua di spire, percorse dalla stessa corrente. Se consideriamo la formula

$$B = \frac{\mu_0}{2} I \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \tag{a}$$

del precedente esercizio, osserviamo che bisogna prima valutare il campo prodotto dalle spire che sono contenute nel tratto $(x, x + dx)$. L'unica quantità che varia nella (a) è la corrente prodotta dalle spire contenute nel tratto considerato. Essa, poiché la densità lineare delle spire è costante e vale $n = N/L$, sarà

$$dI = nIdx \tag{b}$$

per cui, il campo prodotto dalle spire nel tratto in esame diventa

$$dB = n\frac{\mu_0}{2}I\frac{R^2}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}dx \tag{c}$$

Il campo risultante sarà

$$B = n\frac{\mu_0}{2}I\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}dx$$

Conviene passare alla variabile angolare

$$x = R\tan\alpha \qquad\qquad dx = R\sec^2\alpha d\alpha$$

Otterremo

$$B = n\frac{\mu_0}{2}I\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\cos\alpha d\alpha = n\frac{\mu_0}{2}I\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right) \tag{d}$$

Se assumiamo P al centro del solenoide, a sua volta ipotizzato rettilineo indefinito (R è molto piccolo rispetto ad L), gli angoli tendono a $\pi/2$ e $-\pi/2$ e il risultato diventa

$$B = \mu_0 nI \tag{e}$$

All'interno di un solenoide rettilineo indefinito il campo magnetico è praticamente costante ovunque e risulta proporzionale alla densità lineare delle spire e alla corrente che circola in esse.

5 Forza agente tra cariche in moto

Possiamo pensare di utilizzare la forza di Lorentz e la legge del campo generato da una carica in moto lento ed uniforme, per calcolare le forza che, reciprocamente, si inducono due cariche in moto uniforme e lento.

Supponiamo, per semplicità di calcolo, che la carica *positiva* Q' , in moto con velocità costante $\mathbf{v}'$, all'istante t, sia nell'origine degli assi, ed il verso della corrente sia lungo la direzione positiva dell'asse x. Consideriamo anche carica Q, che supporremo sempre positiva e posta sull'asse y, ad una distanza r dall'origine. A seconda della direzione e verso della velocità $\mathbf{v}$ si possono presentare tre casi che ora andremo ad esaminare separatamente.

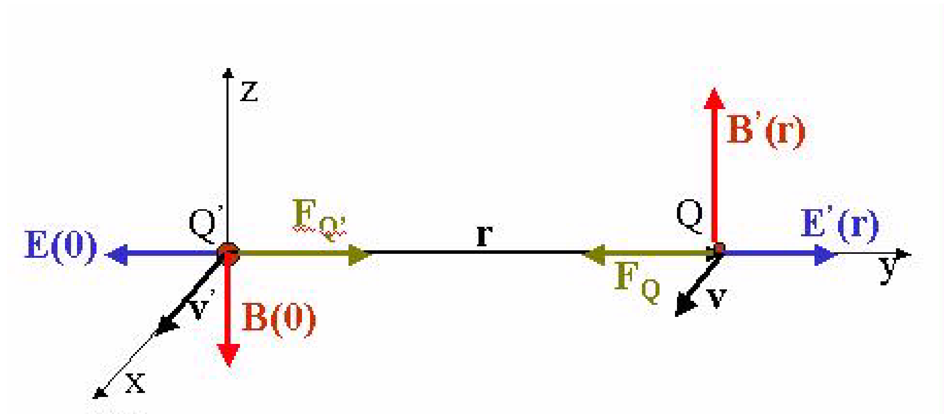
5.1 Caso a: $\mathbf{v}$ è parallela a $\mathbf{v}'$

Per calcolare la forza agente su Q, e prodotta da Q' abbiamo bisogno della forza di Lorentz

$$\mathbf{F}_Q\left(\mathbf{r}\right) = Q\mathbf{v}\wedge\mathbf{B}'\left(\mathbf{r}\right) \tag{14}$$

Il campo prodotto dalla carica Q' nel punto P è:

$$\mathbf{B}'\left(\mathbf{r}\right) = \varepsilon_0\mu_0\mathbf{v}'\wedge\mathbf{E}'\left(\mathbf{r}\right) \tag{15}$$



dove $\mathbf{E}'(\mathbf{r})$ è il campo coulombiano che, all'istante t, la carica Q' genera nel punto P, dove è posta la carica Q. Il campo dipende dalla posizione istantanea della carica Q'. Poiché le due cariche sono entrambe positive, il campo $\mathbf{E}'(\mathbf{r})$ è diretto lungo la direzione positiva dell'asse y. Poiché $\mathbf{v}'$ è nella direzione dell'asse x, il campo magnetico $\mathbf{B}'(\mathbf{r})$ è diretto lungo l'asse z.

$$\mathbf{v}' = \mathrm{v}'\mathbf{u}_x \qquad \mathbf{E}'(\mathbf{r}) = E'\mathbf{u}_y \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{B}'(\mathbf{r}) = B'\mathbf{u}_z$$

Possiamo, ora, conoscere la direzione della forza $\mathbf{F}_Q(\mathbf{r})$: Poiché $\mathbf{v}$ è nella direzione positiva dell'asse x e $\mathbf{B}'(\mathbf{r})$ è diretto lungo l'asse z, la forza $\mathbf{F}_Q(\mathbf{r})$ è diretta lungo l'asse y, ma con verso opposto alla direzione positiva dell'asse.

$$\mathbf{v} = \mathrm{v}\mathbf{u}_x \qquad \mathbf{B}'(\mathbf{r}) = B'\mathbf{u}_z \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{F}_Q(\mathbf{r}) = -F_Q\mathbf{u}_y \tag{16}$$

Per calcolare la forza che agisce su $Q\prime$, prodotta dalla carica Q, dobbiamo riusare la forza di Lorentz:

$$\mathbf{F}_{Q'}(\mathbf{0}) = Q'\mathbf{v}' \wedge \mathbf{B}(\mathbf{0}) \tag{17}$$

dove:

$$\mathbf{B}(\mathbf{0}) = \varepsilon_0\mu_0\mathbf{v} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{0}) \tag{18}$$

Qui, $\mathbf{E}$ è il campo elettrico generato dalla carica Q nell'origine degli assi, in cui è posta la carica Q'. Quindi

$$\mathbf{v} = \mathrm{v}\mathbf{u}_x \qquad \mathbf{E}(\mathbf{0}) = -E\mathbf{u}_y \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{B}(\mathbf{0}) = -B\mathbf{u}_z$$

per cui

$$\mathbf{F}_{Q'}(\mathbf{0}) = F_{Q'}\mathbf{u}_y \tag{19}$$

Poiché si può mostrare che le due forze sono di pari intensità, in questo caso esse obbediscono alla terza legge di Newton. Se le due particelle invece di avere velocità parallele avessero avuto velocità antiparallele, le forze sarebbero state repulsive. In ogni caso, le due forze rimanevano newtoniane.

5.2 Caso b: v è ortogonale a v′

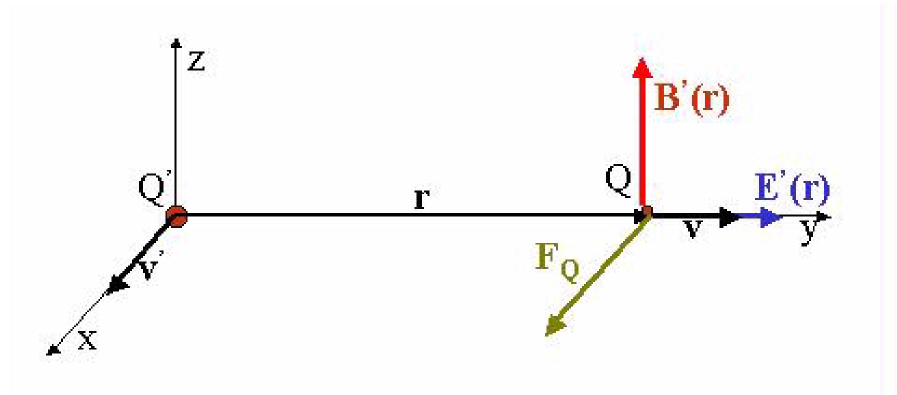
1) Supponiamo che la carica $Q\prime$ abbia le stesse caratteristiche del caso a, mentre invece la direzione ed il verso della carica Q siano nella direzione positiva dell'asse y. Poiché non sono cambiati i seguenti vettori

$$\mathbf{v}' = \mathrm{v}'\mathbf{u}_x \qquad \mathbf{E}'(\mathbf{r}) = E'\mathbf{u}_y \qquad \rightarrow \qquad \mathbf{B}'(\mathbf{r}) = B'\mathbf{u}_z$$

la forza agente sulla carica Q,

$$\mathbf{F}_Q(\mathbf{r}) = Q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}'(\mathbf{r}) \tag{20}$$

sarà diretta lungo l'asse x.



2) Se supponiamo che la carica Q sia diretta lungo l'sse z, allora la forza agente su tale carica

$$\mathbf{F}_Q(\mathbf{r}) = Q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}'(\mathbf{r}) \tag{21}$$

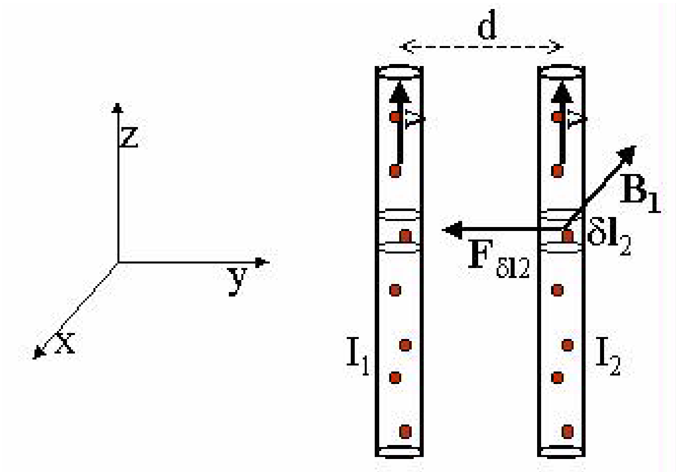
risulterà nulla, perché la velocità ed il campo magnetico sono paralleli.

In conclusione, *con la sola eccezione di velocità parallele o antiparallele, la forza di Lorentz non obbedisce alla terza legge di Newton.* Questo carattere non newtoniano ha creato non pochi problemi alla forza di Lorentz. Solo la constatazione che la terza legge di Newton è in contrasto con la propagazione finita delle interazioni, ha ristabilito l'importanza di tale forza.

6 Definizione di Ampère

Molto prima della scoperta della forza di Lorentz, nel 1820 circa il francese André Marie Ampère (1775-1836) rilevò che due fili percorsi da corrente si attraggono o si respingono.

Si considerino due conduttori paralleli, rettilinei, di lunghezza infinita e sezione trasversale trascurabile, posti nel vuoto, a distanza di un metro. I due conduttori giacciono nel piano yz e le correnti sono dirette lungo l'asse z. Indicheremo con 1 e 2 i due conduttori.



L'intensità del campo, che indicheremo con B_1, prodotto dal conduttore 1 in un punto qualunque del conduttore 2 è dato dalla legge di Biot-Savart:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d} \tag{22}$$

dove d è la distanza tra i due conduttori. La direzione del campo è quella dell'asse x e il suo verso è nella direzione negativa dell'asse x. Consideriamo il secondo filo immerso nel campo $\mathbf{B}_1$. La forza magnetica agente su ciascun elemento $\delta\mathbf{l}_2$, per la seconda legge di Laplace sarà

$$\mathbf{F}_{\delta l_2} = I_2 \delta\mathbf{l}_2 \wedge \mathbf{B}_1 \tag{23}$$

Usando la (22), il modulo della (23), diventa

$$F_{\delta l_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\delta l_2$$

La direzione è lungo l'asse y ed il verso è nel senso negativo dell'asse (correnti concorde si attraggono e correnti discordi si respingono).

La forza risultante, *per unità di lunghezza*, sarà

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}$$

In particolare, se si prende per le due correnti il valore di un ampère e per le lunghezze la distanza di un metro avremo che il valore della forza vale

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} N$$

Possiamo, allora, dire che *l'ampère è l'intensità della corrente elettrica costante che, fluendo in due conduttori rettilinei, paralleli, molto lunghi, di sezione trasversale circolare trascurabile, posti alla distanza di 1 metro nel vuoto, determina fra essi una forza di* 2×10^{-7}*newton al metro lineare.*