

# TERMODINAMICA DELL'ATMOSFERA

## GAS IDEALE

Un gas ideale è un modello ideale di gas nel quale le molecole sono puntiformi e indistinguibili, non interagenti, in moto casuale e nel quale si conserva l'energia

Tale modello perde di validità per un gas che si trovi a basse temperature o alte pressioni, nel quale le molecole sono molto vicine tra di loro e interagiscono o si è prossimi a cambiamenti di fase

L'atmosfera è una miscela di gas, principalmente Azoto, Ossigeno e Argon, oltre al vapore acqueo e ai gas minoritari. Può essere considerata in buona approssimazione come un gas ideale.

Legge dei gas ideali:

da esperimenti di laboratorio,  $p, V, T$  legati da un'equazione di stato comune per tutti i gas

Tutti i gas singoli o un loro mix obbediscono a:

$$pV = mRT \quad p \text{ [Pa]} \quad V \text{ [m}^3\text{]} \quad m \text{ [kg]} \quad T \text{ [K]}$$

$R =$  costante riferita a 1 kg di gas, dipende dal gas

$$\rho = m/V$$

$$p = \rho RT \text{ ovvero } p\alpha = RT \quad \text{con } \alpha = 1/\rho = \text{volume specifico, } V \text{ occupato da 1 kg di gas}$$

OSS1: a  $T$  costante  $\rightarrow$  Legge di Boyle: in un processo isotermico il  $V$  è inversamente proporzionale a  $p$

OSS2: a  $p$  costante  $\rightarrow$  Legge di Charles: a pressione costante, il  $V$  del gas è direttamente proporzionale alla sua  $T$

Definisco **MOLE** il peso molecolare espresso in grammi = M  
es: H<sub>2</sub>O peso molecolare=18.015 → 1 Mole = 18.015 g di H<sub>2</sub>O  
n=numero moli in una massa m = m/M

1 Mole contiene Na=n di **Avogadro** molecole =  $6.022 \times 10^{23}$

1 Mole di gas contiene lo stesso numero di molecole (Na) di 1 Mole di qualsiasi altro gas.

**IOTESI DI AVOGADRO:** gas contenenti lo stesso numero di molecole occupano lo stesso volume (fissate p e T). Quindi 1 Mole di gas occupa lo stesso volume, fissate p e T, di 1 Mole di qualsiasi altro gas.

Quindi riferisco la costante R ad 1 Mole anziché ad 1 kg di gas in modo da avere una costante universale (poiché è riferita allo stesso numero di molecole):

**R\*=8.3145 [J/(K mol)] = costante universale dei gas**

Per 1 Mole di qualsiasi gas:  $pV=R*T$

Per n Moli:  $pV=nR*T$

Per un volume di aria secca (senza vapore acqueo)  $d=dry$

$$p_d \alpha_d = R_d T \quad R_d = \text{cost. per aria secca riferita a 1 kg}$$

Siccome  $R^*$  è per 1 Mole, cioè per  $M_d = 28.97g$  di aria secca

$$\rightarrow R_d = 1000 R^*/M_d = 287 \text{ J/(kg K)} \quad (\text{dividendo } R^* \text{ per } M_d \text{ la riferisco a 1 g})$$

L'equazione dei gas si applica a tutti i gas, quindi anche al vapore acqueo

$e$  = pressione parziale del vapore

$$e \alpha_v = R_v T \quad R_v \text{ riferita a 1 kg di vapore}$$

1 M di vapore =  $M_w = 18.016 \text{ g}$

$$\rightarrow R_v = 1000 R^*/M_w = 461.51 \text{ J/(kg K)}$$

$$R_d = 1000 R^*/M_d$$

$$\rightarrow R_d/R_v = M_w/M_d = \epsilon = 0.622$$

$$R_v = 1000 R^*/M_w$$

**LEGGE DI DALTON:** la pressione totale di una miscela di gas che non interagiscono chimicamente tra di loro è uguale alla somma delle pressioni parziali.

La pressione parziale è la pressione che il singolo gas eserciterebbe se fosse da solo nel volume occupato dall'intera miscela.

$$p = \sum_i p_i$$

### TEMPERATURA VIRTUALE

L'aria umida ha un peso molecolare inferiore dell'aria secca ( $M_w < M_d$ ), quindi avrebbe una costante R (per 1 kg) più grande ( $R_v > R_d$ ). Anziché avere due costanti diverse per aria secca ed umida, di cui quest'ultima dipende dal contenuto di vapore nell'aria, sarebbe meglio esprimere tutto in funzione della sola  $R_d$

Per fare ciò bisogna definire una temperatura fittizia, detta Temperatura virtuale

...

$$T_v = \frac{T}{1 - \frac{e}{p}(1 - \varepsilon)}$$

Per aria umida utilizzo  $T_v$  anziché T.

$T_v$  è la temperatura che l'aria secca dovrebbe avere in modo da avere la stessa densità dell'aria umida, alla stessa p. Siccome l'aria umida è più leggera (densità inferiore) allora  $T_v > T$

$$p = \rho R_d T_v$$

La differenza tra  $T$  e  $T_v$  è funzione del contenuto di vapore e della temperatura dell'aria

In condizioni normali di pressione (1013 hPa) e di densità (1.29 kg/m<sup>3</sup>)

$$\Delta T_v = T_v - T = \begin{cases} 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C} & \text{per } T = -40^\circ\text{C} \\ 9^\circ\text{C} & \text{per } T = 40^\circ\text{C} \end{cases}$$

In condizioni ambientali "normali", confrontando le equazioni di stato per aria secca e umida:

$$p_d = \rho_d R_d T$$

$$p = \rho R_d T_v$$

e considerato che  $p_d \approx p$  e  $T_v \geq T$

si ha che

$$\rho \leq \rho_d$$

## EQUAZIONE IDROSTATICA

La pressione atmosferica ad ogni altezza è dovuta alla forza per unità di area esercitata dal peso della colonna d'aria sovrastante. Quindi la pressione atmosferica cala all'aumentare della quota.

Considero una sezione orizzontale della colonna d'aria.

A causa del calo della  $p$  con la quota, vi sarà una forza netta verso l'alto (gradiente di  $p$ )

Essa è bilanciata dalla forza gravitazionale che agisce verso il basso.

Tale equilibrio è detto EQUILIBRIO IDROSTATICO

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad \text{Eq.ne IDROSTATICA}$$

Il segno  $-$  assicura che la pressione cali con la quota, ovvero che abbia verso opposto rispetto alla forza di gravità

$$p(z) = \int_z^{\infty} g \rho dz \quad \text{definizione di pressione alla quota } z: \text{ peso dell'aria della colonna verticale sovrastante}$$

### MODELLI DI ATMOSFERA:

- 1) Atmosfera omogenea ( $\rho$  costante)
- 2) Atmosfera isoterma ( $T$  costante)
- 3) Atmosfera politropica (lapse rate costante)

## Variazione verticale della pressione

Se ci mettiamo a livello del mare ( $z=0$ ) nelle condizioni standard di pressione e temperatura ( $p=1013$  hPa,  $T=273.16$  K) la legge dei gas ci fornisce la densità dell'aria  $\rho=1.29$  kg/m<sup>3</sup>

Utilizzando l'equazione idrostatica, calcolo la variazione di pressione in prossimità del suolo:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{z=0} = -(\rho g)_{z=0} = -12.6 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-2} = -12.6 \text{ Pa m}^{-1} = -0.126 \text{ hPa m}^{-1}$$

da cui la variazione di pressione di 1 hPa si ottiene sollevandoci di 8 metri ( $1/0.126$ ) dal livello del mare



## GEOPOTENZIALE

In ogni punto dell'atmosfera, il geopotenziale è definito come il lavoro che deve essere svolto contro il campo gravitazionale terrestre per sollevare una massa di 1 kg dal livello del mare, alla quota considerata (potenziale gravitazionale)

$$d\Phi = g \, dz = -\alpha \, dp$$

**-Altezza geopotenziale**  $Z = \frac{\phi(z)}{g_0} = \frac{1}{g_0} \int_0^z g \, dz$

$z$  e  $Z$  sono numericamente molto simili poiché  $g$  e  $g_0$  differiscono di poco almeno in troposfera

$Z$  è comunemente usata come coordinata verticale nelle applicazioni atmosferiche; infatti, siccome  $g_0 \, dZ = g \, dz$  una particella sollevata fino alla quota  $z$  in un campo di gravità  $g$  ha la stessa energia potenziale di una particella sollevata fino alla quota  $Z$  in un campo di gravità costante  $g_0$ . Utilizzando  $Z$  al posto di  $z$  posso quindi considerare costante l'accelerazione di gravità.

**-Spessore dello strato (Thickness)**

$$Z_2 - Z_1 = \frac{R_d}{g_0} \int_{p_2}^{p_1} T_V \frac{dp}{p}$$

## EQUAZIONE IPSOMETRICA

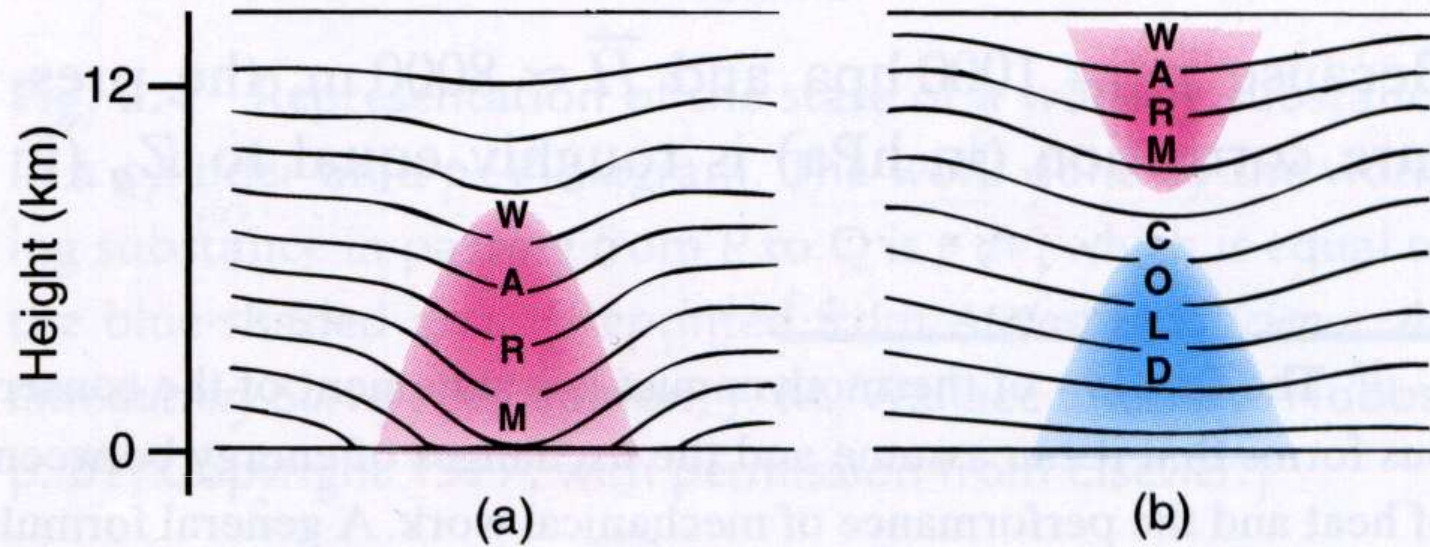
$$Z_2 - Z_1 = \frac{R_d \bar{T}_v}{g_0} \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right)$$

- Spessore dello strato tra due superfici isobariache proporzionale alla  $T_v$  media: se ho aria calda, lo strato diventa più spesso
- Nota la distribuzione 3D di  $T_v$  e quella del geopotenziale su una superficie isobarica si può ricavare la distribuzione del geopotenziale su ogni altra superficie isobarica

### APPLICAZIONI:

- Permette di descrivere qualitativamente la struttura dei disturbi atmosferici (depressioni): warm o cold core low
- Riduzione della pressione al livello del mare

Vedi altra presentazione →



**Fig. 3.3** Cross sections in the longitude–height plane. The solid lines indicate various constant pressure surfaces. The sections are drawn such that the thickness between adjacent pressure surfaces is smaller in the cold (blue) regions and larger in the warm (red) regions.

## PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Energia interna: dovuta all'energia cinetica delle molecole (legata al moto molecolare, si manifesta come T) e potenziale (legata alla posizione reciproca delle molecole).

Sistema chiuso: è un sistema nel quale la quantità totale di materia in forma solida, liquida o gassosa resta costante.

Se un sistema chiuso riceve una certa quantità di calore  $q$  (energia termica) allora farà un certo lavoro esterno  $w$ . Ci può essere un eccesso di energia  $q-w$

Se non ci sono variazioni dell'energia cinetica e potenziale macroscopica del sistema  
→ per la conservazione dell'energia si dovrà avere una variazione di energia interna

$$q - w = u_2 - u_1$$

che in forma differenziale diventa

$$dq - dw = du \quad \text{Primo principio della termodinamica}$$

dove:  $dq$  = incremento di calore aggiunto al sistema

$dw$  = lavoro svolto dal sistema

$du$  = incremento di energia interna del sistema

Il primo principio fornisce una definizione di energia interna la cui variazione dipende solo dagli stati iniziale e finale, cioè  $u$  è una funzione di stato.

Esempio per visualizzare il lavoro: pistone senza attrito in un cilindro ...

$$dq = du + p d\alpha$$

## CALORI SPECIFICI

Fornisco una quantità infinitesima di calore  $dq$  ad una massa unitaria di materiale, provocando un aumento di temperatura  $dT$  (in assenza di cambiamenti di fase)

$dq/dT =$  calore specifico del materiale

1) a  $V$  costante: 
$$c_V = \left( \frac{dq}{dT} \right)_V \stackrel{\substack{\downarrow \\ pdV=0 \rightarrow dq=du}}{=} \left( \frac{du}{dT} \right)_V \stackrel{\substack{\swarrow \\ \text{per un gas ideale (legge di Joule) } u=u(T)}}{=} \frac{du}{dT}$$

2) a  $p$  costante 
$$c_p = \left( \frac{dq}{dT} \right)_p$$
 In questo caso la sostanza si espande oltre a scaldarsi

$c_p > c_v$  poiché parte del calore è speso per l'espansione (lavoro contro l'ambiente) e per avere una uguale variazione di  $T$  dovrò fornire più calore a  $p$  costante

$$c_p = c_v + R$$

$$dq = c_p dT - \alpha p dV \quad (\text{Il principio in termini di variabili misurabili})$$

## ENTALPIA

Se si aggiunge calore ad un materiale a pressione costante, si avrà una variazione di volume specifico, e quindi un lavoro svolto per unità di massa pari a  $p(\alpha_2 - \alpha_1)$

Dal primo principio:

$$dq = du + p d\alpha$$

per quantità finite:

$$\Delta q = u_2 - u_1 + p(\alpha_2 - \alpha_1) = (u_2 + p\alpha_2) - (u_1 + p\alpha_1) = h_2 - h_1 \quad (\text{a } p \text{ costante})$$

$$h = \underline{\text{ENTALPIA}} = u + p\alpha$$

E' una funzione di stato

Forma alternativa del 1° principio:  $dq = dh - \alpha dp$

$$h = c_p T$$

L'entalpia corrisponde quindi al calore richiesto per innalzare la T di un materiale a p costante da 0 K ( $h=0$  per  $T=0$ ) alla temperatura T

Esempio ...

Possiamo scrivere una forma più generale, applicabile ad una particella d'aria in moto, la cui pressione varia a seconda della quota:

$$dq = d(c_p T + \Phi)$$

**Dry static energy:**  $c_p T + \Phi = h + \Phi$

Per una particella di massa fissa che si muove in un'atmosfera idrostatica, la dry static energy ( $h + \Phi$ ) è costante se la particella non guadagna né perde calore ( $dq=0$ ), cioè per moti adiabatici.

Per moti adiabatici si conserva la somma di entalpia e geopotenziale.

## PROCESSI ADIABATICI

Un processo si dice adiabatico quando i cambiamenti dello stato fisico della sostanza ( $p$ ,  $V$ ,  $T$ ) avvengono senza che calore venga aggiunto o sottratto  $\rightarrow dq=0$

Diagramma  $p$ - $V$ : pendenza dell'adiabatica maggiore dell'isoterma

### Particella di aria

Considero particelle di aria infinitesime ma macroscopiche rispetto al moto molecolare che permettono di spiegare i processi fisici che determinano i moti verticali e il mescolamento. Caratteristiche delle particelle:

-sono termicamente isolate dall'ambiente  $\rightarrow$  la  $T$  varia adiabaticamente (buona approssimazione della realtà: l'aria ha scarse doti termiche)

-si muovono sufficientemente lente da rendere trascurabile l'energia cinetica macroscopica rispetto all'energia totale

## DRY ADIABATIC LAPSE RATE

$$-dT/dz = \Gamma_d = g/c_p = 9.8 \text{ K/km}$$

## TEMPERATURA POTENZIALE

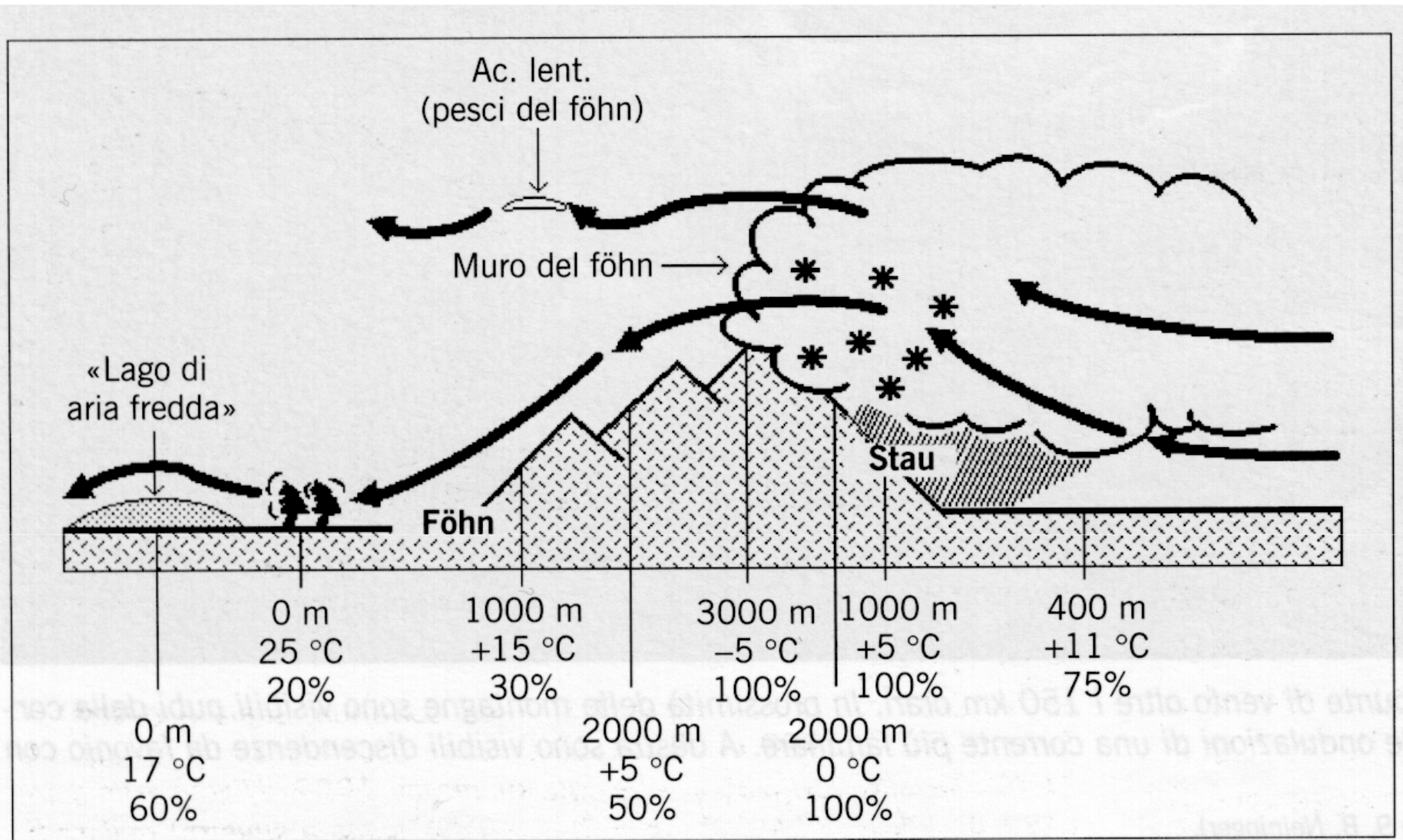
Definizione e spiegazione fisica

$$\theta = T \left( \frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad \text{legge di Poisson}$$

$$R \approx R_d = 287 \text{ J/(K kg)} \quad c_p = 1004 \text{ J/(K kg)}$$
$$R/c_p \approx 0.286$$

Si conserva per processi adiabatici





Nella fase di discesa, l'aria secca si riscalda seguendo un'adiabatica secca  
 Quindi  $\theta$  si conserva

# DIAGRAMMI TERMODINAMICI

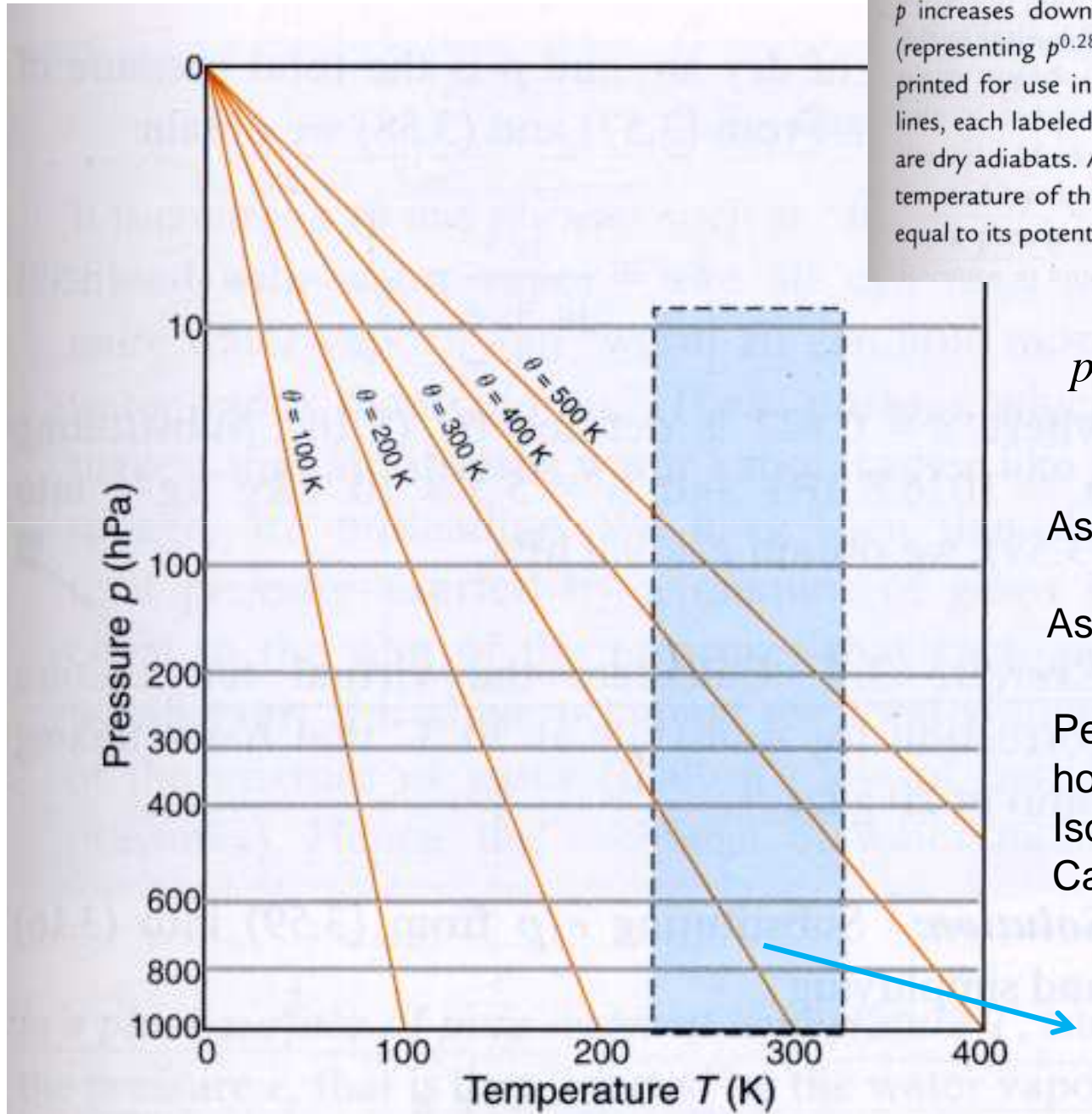


Fig. 3.6 The complete pseudoadiabatic chart. Note that  $p$  increases downward and is plotted on a distorted scale (representing  $p^{0.286}$ ). Only the blue-shaded area is generally printed for use in meteorological computations. The sloping lines, each labeled with a value of the potential temperature  $\theta$ , are dry adiabats. As required by the definition of  $\theta$ , the actual temperature of the air (given on the abscissa) at 1000 hPa is equal to its potential temperature.

$$p^{0.286} = \left( \frac{1000^{0.286}}{\vartheta} \right) T$$

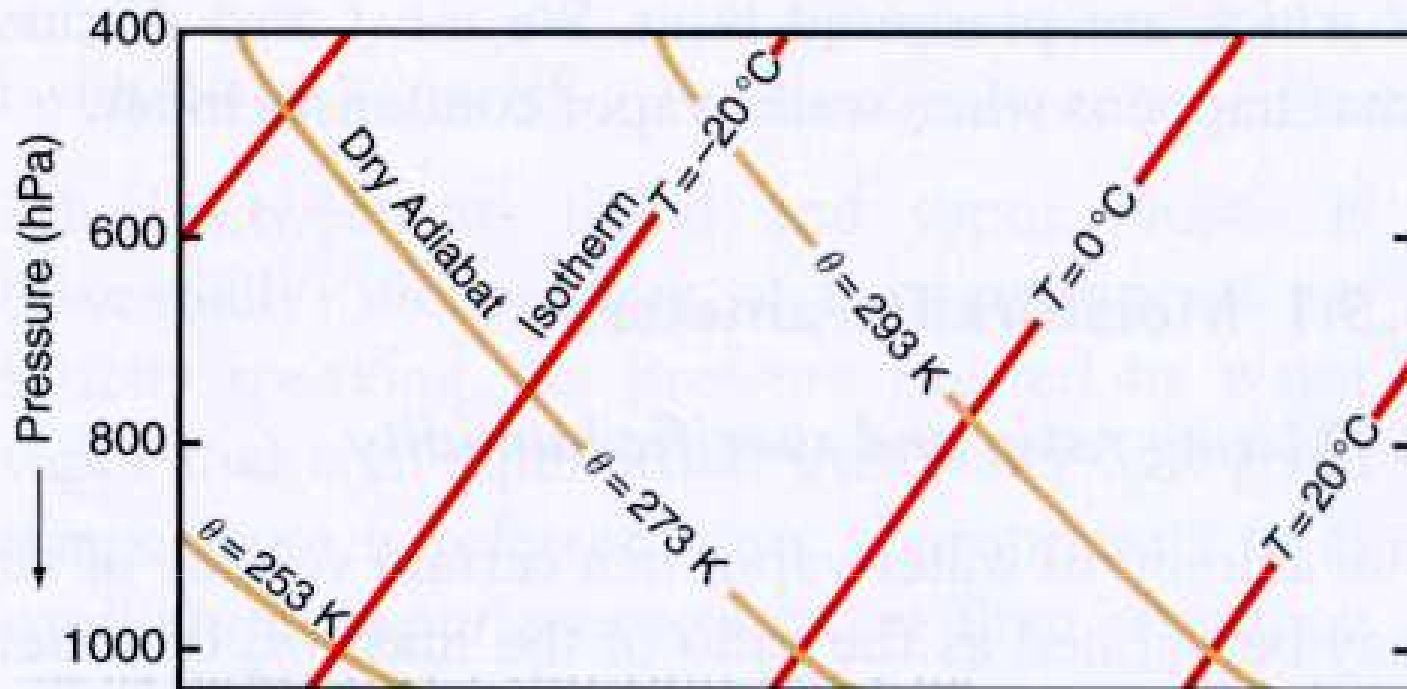
Asse y:  $p^{R_d/c_p} = p^{0.286}$

Asse x: T

Per un fissato valore di  $\theta$   
 ho una retta  
 Isotherme  $\rightarrow$  verticali  
 Carta pseudoadiabatica

Porzione di grafico per applicazioni meteorologiche

## Skew-T diagram



**Fig. 3.7** Schematic of a portion of the skew  $T - \ln p$  chart. (An accurate reproduction of a larger portion of the chart is available on the book web site that accompanies this book, from which it can be printed and used for solving exercises.)

Asse x:  $T - \ln(p)$

Asse y:  $-\ln(p)$