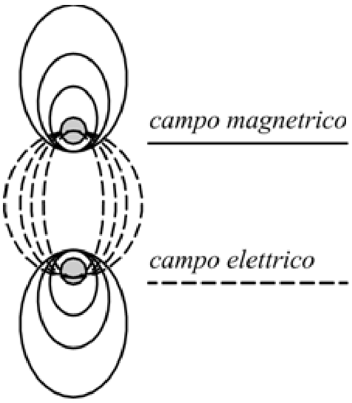
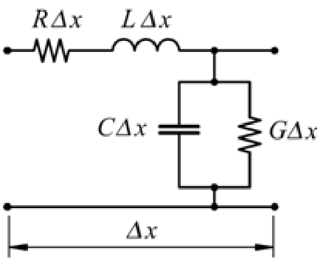
Linee di trasmissione

Una linea di trasmissione è costituita essenzialmente da una coppia di conduttori paralleli alle cui estremità sono connessi un generatore ed un carico. Le linee maggiormente usate sono la linea bifilare e la linea coassiale.

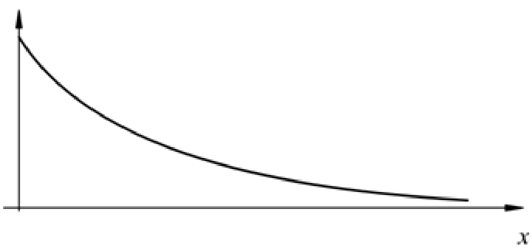


La linea bifilare è di semplice realizzazione e le sue caratteristiche vengono facilmente regolate variando la distanza fra i due conduttori.
Durante la trasmissione del segnale,fra i due conduttori si instaura un campo elettromagnetico, come indicato in figura.
A causa di questa interazione si approssima la linea di trasmissione reale al seguente circuito elettrico equivalente:



I termini :
$L\Delta x$:induttanza del tratto longitudinale tiene conto del campo magnetico concatenato.
$C\Delta x$:è una capacità che tiene conto del campo elettrico trasversale fra i due conduttori.
$R\Delta x$: resistenza elettrica che tiene conto delle perdite di Joule lungo il tratto. $G\Delta x$: resistenza elettrica trasversale dovuta al non perfetto isolamento fra i conduttori.

Questo modello detto a parametri concentrati è accettabile se si sta studiando un tratto di linea Δx molto piccolo rispetto alla lunghezza d'onda λ del segnale che si sta trasmettendo.



al punto di vista fisico se la linea fosse di lunghezza infinita, l'onda si propaga finché le perdite non la esauriscono progressivamente. Se la linea non è di lunghezza infinita (come accade nella realtà) il segnale incontra ad una certa distanza l'impedenza di carico che per poter assorbire tutta l'energia ricevuta dovrebbe aver valore pari all'impedenza che la linea avrebbe se fosse di lunghezza infinita.

Se queste impedenze non sono uguali, l'energia che raggiunge il carico, viene in parte assorbita e in parte riflessa verso il generatore del segnale. Lungo la linea sono presenti, dunque, un'onda diretta ed un'onda riflessa. Questa coabitazione di onde da luogo ad un'onda risultante stabile nel tempo che viene chiamata: onda stazionaria. Se la linea vedesse a valle un'impedenza di carico pari all'impedenza caratteristica non ci sarebbe l'onda riflessa (adattamento di impedenza) e tutta l'energia verrebbe assorbita dal carico.

Basandosi su questo modello, tramite l'analisi matematica, facendo tendere x a 0, è possibile dimostrare che la tensione e la corrente transitanti lungo la linea possono essere ricondotte alle equazioni:

$$\overline{V}(x)=\overline{A}e^{-\gamma x}+\overline{B}e^{\gamma x} \qquad \overline{I}(x)=\frac{\left(\overline{A}e^{-\gamma x}+\overline{B}e^{\gamma x}\right)}{\overline{Z}_0}$$

Con

$$\overline{Z}_0=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \qquad \overline{\gamma}=\sqrt{(R+j\omega R)\cdot(G+j\omega C)}$$

I termini A e B dipendono dalle condizioni agli estremi della linea; x è la lunghezza della linea.

Z_0 è definita impedenza caratteristica e dipende esclusivamente dalla frequenza di lavoro; rappresenta l'impedenza che la linea avrebbe se fosse infinitamente lunga.

γ viene definita costante di propagazione ed è una variabile complessa esprimibile nella forma:

$\gamma=\alpha+j\beta$ con

α=costante di attenuazione
β=costante di fase

Inserendo queste ultime nelle equazioni originarie:

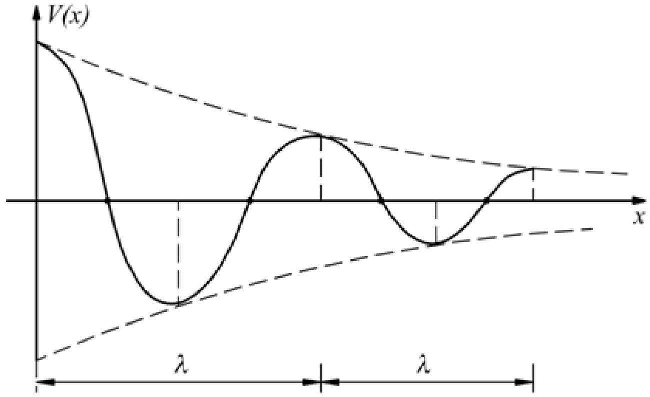
$$\overline{V}(x)=\lim_{x\to\infty}\left(\overline{A}\cdot e^{-\alpha x}e^{-j\beta x}+\overline{B}\cdot e^{j\alpha x}e^{j\beta x}\right)$$

Se la linea ha lunghezza infinita il primo termine tende a 0 il secondo assume valore infinito, ma ciò è impossibile; per cui dobbiamo porre B=0. Per la tensione è:

$\overline{V}(x)=\overline{A}e^{-\gamma x}=\overline{A}e^{-\alpha x}e^{-j\beta x}$ per la corrente sarà dunque: $\overline{I}(x)=\dfrac{\overline{A}e^{-\alpha x}e^{-j\beta x}}{\overline{Z}_0}$

In ogni punto della linea infinita risulta $\dfrac{V}{I}=Z_0$

La costante di propagazione $\gamma=\alpha+j\beta$ rappresenta, quindi, l'attenuazione e la variazione di fase che subisce un segnale quando si propaga lungo la linea, cioè indica la variazione di ampiezza e di fase subite dal segnale di uscita della linea di lunghezza x rispetto al segnale applicato all'ingresso della stessa.
La distribuzione della tensione lungo la linea può essere rappresentata come in figura sottostante: la tensione diminuisce di ampiezza all'aumentare della distanza x (dal generatore del segnale).
Ciò è dovuto al termine $e^{-\alpha x}$.



La fase del segnale varia, cioè il vettore della tensione ruota di fase rispetto alla configurazione iniziale in funzione della lunghezza della linea (diminuisce λ all'aumentare di x).
Ciò è dovuto al termine $e^{-j\beta x}$.

Si può dimostrare la relazione $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ o anche $\boxed{\beta = \frac{2\pi}{\lambda}}$

Si deduce la velocità di fase o di propagazione, cioè la velocità con cui si propagano i massimi di tensione (o di corrente) lungo la linea:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\beta}$$

viene qui definita una velocità tramite il consueto rapporto fra spazio e tempo:
λ=lunghezza dell'onda (m)
T=periodo (durata di un ciclo) dell'onda

Linea ideale

Una linea ideale è una linea con perdite nulle pertanto vengono ritenuti nulli gli elementi dissipativi R=0 e G=0.

$$\boxed{\alpha = 0 \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}}$$

Per cui $\gamma = j\omega\sqrt{LC}$

$$\boxed{\overline{Z}_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$ (condizione di Heaviside)

Nella linea ideale la costante di propagazione γ è puramente immaginaria si ha poi:

$$\boxed{v = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Si può dimostrare che il prodotto LC per una linea di trasmissione, dipende solo dalle caratteristiche fisiche della stessa.

$LC = \varepsilon \cdot \mu$ con:

ε=costante dielettrica del mezzo
μ=permeabilità magnetica del mezzo

Linea di lunghezza finita

Come si è detto, se la linea è di lunghezza finita con carico Z_L Z_0 si avranno sulla linea due onde: una diretta e una riflessa. Per queste condizioni, il parametro più importante è:

$$\boxed{\overline{K}_L = \frac{\overline{Z}_L - \overline{Z}_0}{\overline{Z}_L + \overline{Z}_0}}$$

Che è il coefficiente di riflessione sul carico. Rappresenta il rapporto fra la tensione diretta e quella riflessa, rilevate ai capi di Z_L, cioè:

$K_L = \frac{V_L^-}{V_L^+}$ con

V_L^+ = onda diretta

V_L^- = onda riflessa

ad una distanza x dal carico si ha: $\overline{K}(x) = \overline{K}_L e^{-j2\beta x}$

Impedenza in un punto x della linea

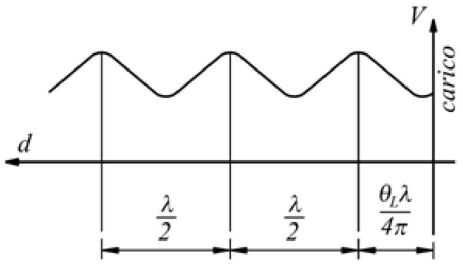
E' possibile dimostrare che l'impedenza della linea ad una distanza x dal carico è:

$$Z(x) = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 tg(\beta \cdot x)}{Z_0 + jZ_L tg(\beta \cdot x)}$$

Rapporto d'onda stazionaria (R.O.S.)

In condizioni generali, si ha dunque, un'onda riflessa e un'onda diretta, che si muovono alla stessa velocità, dando luogo ad un regime stazionario costituito da un'onda risultate caratterizzata da dei massimi (ventri=somma di ampiezze fra l'onda diretta e quella riflessa) e dei minimi (nodi=differenza di ampiezze).

E' possibile dimostrare che la distanza dei massimi di tensione dal carico (ventri di tensione) dipende da θL=fase del coefficiente di riflessione sul carico e dalla lunghezza d'onda &lambda.



$$d[V_{max}] = \frac{\lambda\theta_L}{4\pi} + n\frac{\lambda}{2}$$

Viene definito il rapporto d'onda stazionaria (R.O.S.) come rapporto V_{max}/V_{min} fra il ventre e il nodo di tensione o I_{max}/I_{min} per la corrente.

$$\rho = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{1+|\overline{K}_L|}{1-|\overline{K}_L|}$$

E' possibile, inoltre, individuare l'impedenza massima della linea:

$$Z_{max} = \frac{V_{max}}{I_{max}} = Z_0 \cdot \frac{1+|\overline{K}_L|}{1-|\overline{K}_L|} = \rho \cdot Z_0$$

e l'impedenza minima della linea:

$$Z_{min} = \frac{V_{min}}{I_{min}} = Z_0 \cdot \frac{1-|\overline{K}_L|}{1+|\overline{K}_L|} = \frac{Z_0}{\rho}$$

Linea adattata

In questo caso, tutta l'energia viene trasferita dal generatore al carico e non vi è riflessione. In tal caso K_L=0 e ρ=1.

Linea in cortocircuito

In questo tipo di configurazione Z_L=0, in un qualsiasi punto x della linea :

$$Z(x) = jZ_0 tg(\beta \cdot x)$$

Linea aperta

In questo caso Z_L=∞ , in un qualsiasi punto x della linea:

$$Z(x) = -jZ_0 ctg(\beta \cdot x)$$