

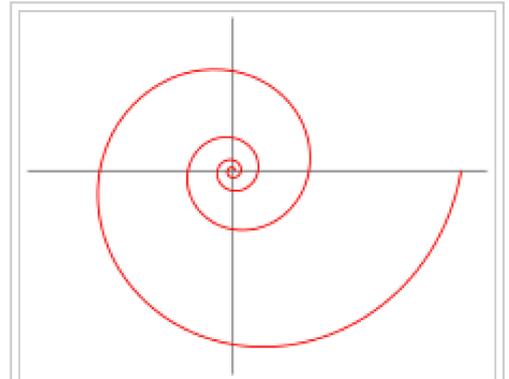
Spirale logaritmica

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Una **spirale logaritmica**, **spirale equiangolare** o **spirale di crescita** è un tipo particolare di spirale che si ritrova spesso in natura. La spirale logaritmica è stata descritta la prima volta da Descartes e successivamente indagata estesamente da Jakob Bernoulli, che la definì *Spira mirabilis*, "la spirale meravigliosa", e ne volle una incisa sulla sua lapide. Tuttavia, venne incisa una spirale archimedea al suo posto.

Indice

- 1 Definizione
- 2 Informazioni
- 3 Spirali logaritmiche in natura
- 4 Note
- 5 Voci correlate
- 6 Altri progetti
- 7 Collegamenti esterni



Nella spirale logaritmica il raggio cresce ruotando. A mano a mano che si avvicina al polo, la curva ci si "avvolge" intorno senza mai raggiungerlo

Definizione

In coordinate polari (r, θ) la curva può essere scritta come:

$$r = ae^{b\theta} \text{ oppure } \theta = \frac{1}{b} \ln(r/a), \text{ da cui il nome "logaritmica"}$$

e in forma parametrica come

$$\begin{aligned} x(\theta) &= ae^{b\theta} \cos(\theta) \\ y(\theta) &= ae^{b\theta} \sin(\theta) \end{aligned}$$

con a e b numeri reali. La modifica di a ruota la spirale mentre b controlla quanto è stretta e in quale direzione si avvolge.

La spirale è parametrizzata elegantemente nel piano complesso: z^t , dato z con $\text{Im}(z) \neq 0$ e $|z| \neq 1$.

In termini di geometria differenziale la spirale può essere definita come una curva $c(t)$ avente un angolo costante α fra il raggio (o vettore traiettoria) e il vettore tangenziale

$$\arccos \frac{\langle \mathbf{c}(t), \mathbf{c}'(t) \rangle}{\|\mathbf{c}(t)\| \|\mathbf{c}'(t)\|} = \alpha$$

Se $\alpha = 0$ la spirale logaritmica degenera in una retta. Se $\alpha = \pm \pi / 2$ la spirale logaritmica degenera in un cerchio.

Informazioni

La spirale logaritmica può essere distinta dalla spirale archimedeica dal fatto che le distanze fra i bracci di una spirale logaritmica aumentano secondo una progressione geometrica, mentre in una spirale archimedeica queste distanze sono costanti.

Ogni linea retta passante per l'origine interseca la spirale logaritmica con lo stesso angolo α , che può essere calcolato (in radianti) come $\arctan(1/\ln(b))$. L'*angolo di inclinazione* della spirale è l'angolo (costante) che la spirale forma con i cerchi centrati all'origine. Può essere calcolato come $\arctan(\ln(b))$. Una spirale logaritmica con inclinazione 0° ($b = 1$) è un cerchio; il caso limite di una spirale logaritmica con inclinazione 90° $b = 0$ o $b = \infty$) è una semiretta che parte dall'origine.

Le spirali logaritmiche sono autosimili nel senso che sono congruenti a sé stesse sotto trasformazioni di similitudine (scalando si ottiene lo stesso risultato che ruotando). Una trasformazione di scala con un fattore di $b^{2\pi}$ porta a ottenere la spirale originale, senza rotazione. La spirale logaritmica è inoltre congruente alla sua involuta, evoluta e alla curva pedale basata sul suo centro.

Partendo da un punto P e muovendosi all'interno della spirale, si deve girare attorno al centro infinite volte prima di raggiungerlo; tuttavia, la distanza totale coperta da questo percorso è finita. Il primo ad accorgersi di questo fatto è stato Evangelista Torricelli ancora prima che l'analisi fosse inventata. La distanza totale coperta è $r/\cos(\alpha)$, dove r è la lunghezza del segmento che congiunge P all'origine.

È possibile costruire una spirale logaritmica approssimata con inclinazione di circa 17.03239 gradi usando i numeri di Fibonacci o il rapporto aureo. Inoltre, la funzione esponenziale mappa tutte le rette non parallele all'asse reale o immaginario nel piano complesso, su tutte le spirali logaritmiche nel piano complesso con centro in 0. A meno di multipli di $2\pi i$ per le rette, la mappatura di tutte le rette su tutte le spirali logaritmiche è una suriezione. L'angolo di inclinazione della spirale logaritmica è l'angolo fra la retta e l'asse immaginario.

Spirali logaritmiche in natura

I falchi si avvicinano alla loro preda secondo una spirale logaritmica: il loro angolo di vista migliore forma un certo angolo con la loro direzione di volo, e questo angolo è l'inclinazione della spirale.

Si possono osservare spirali logaritmiche nella disposizione delle foglie di alcune piante, definita come fillotassi. Un esempio sono l'ordinamento delle scaglie dell'ananas o la disposizione delle foglie dell'Aloe^[1].

Anche in astronomia si ritrova questo fenomeno, soprattutto nella forma delle galassie a spirale

I bracci delle galassie sono approssimativamente spirali logaritmiche. Si pensa che la nostra stessa galassia, la Via Lattea, abbia quattro bracci spirali principali, ciascuno dei quali è una spirale logaritmica con inclinazione di circa 12 gradi.

I bracci dei cicloni tropicali, come gli uragani, formano spirali logaritmiche.



Spaccato di una conchiglia di un *Nautilus* con le cavità disposte approssimativamente secondo una spirale logaritmica.

